

7

Zadania konstrukcji nieciągłych pól płaskich o średnim stopniu złożoności

7.1. Wprowadzenie

7.1.1. Płaskie pola złożone

Rozważane będą nieskomplikowane pola naprężeń (por. rys. 7.1a), w których linie nieciągłości tworzą płaskie siatki zbudowane z odcinków prostych i w których w każdym oczku panuje jednorodny stan naprężenia. Na płaszczyźnie fizycznej pola takie będą określane za pomocą zbioru

$$(7.1) \quad \{\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{a}, \mathbf{D}\},$$

gdzie:

$\boldsymbol{\sigma} \equiv \{\sigma_{mn}^{(\alpha)}: m, n = 1, 2; \alpha = 1, \dots, T\}$ – podzbiór współrzędnych naprężeń w trójkątnych obszarach jednorodnych; T – liczba trójkątów;

$\mathbf{a} \equiv \{a_i^{(w)}: i = 1, 2; w = 1, \dots, W\}$ – podzbiór współrzędnych węzłów układu linii nieciągłości naprężeń w układzie $\{a\}^1$; W – liczba węzłów;

\mathbf{D} – obiekt opisujący strukturę siatki²⁾.

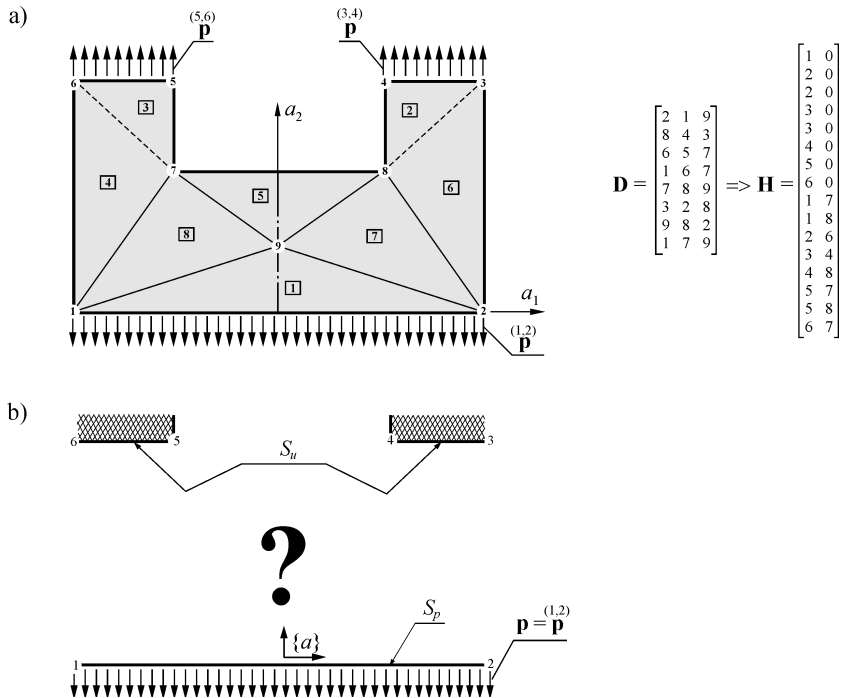
Obiekt \mathbf{D} może być rozumiany podobnie jak macierz incydencji w metodzie elementów skończonych. Opisuje on system połączeń obszarów jednorodnych i linii nieciągłości naprężeń, który musi być definiowany, ponieważ układy linii \mathcal{L} nie wykazują żadnych regularności; nawet poszczególne oczka składowe siatki mogą być odmiennymi wielobokami; różne mogą być także liczby linii nieciągłości wychodzących z węzłów.

Mając na uwadze fakt, że podstawową i ogólną metodą znajdowania płaskich pól złożonych jest obecnie dobór oraz łączenie rozwiązań pól wokół węzłów, polem złożonym jest każde nieciągłe pole naprężeń, którego układ linii nieciągłości tworzy siatkę o co najmniej dwóch węzłach, chociaż trudno sobie takie pole wyobrazić.

W przypadku pól granicznych, którymi się tutaj przede wszystkim zajmujemy, na współrzędne $\sigma_{mn}^{(\alpha)}$ (por. (7.1)) jest jeszcze nakładany warunek plastyczności. Jeśli będziemy po-

1) Współrzędne węzłów pola będą także podawane w układzie $\{x\}$, którego oznaczenie rezerwuje się dla dalej omawianej wersji aplikacyjnej. W układach $\{x\}$ będą określane pola o dużym stopniu złożoności, natomiast w $\{a\}$ – ich płaskie pola składowe.

2) W literaturze poświęconej MES zamiast określenia 'struktura siatki' używa się niekiedy terminu 'topologia siatki'.



Rys. 7.1. Pole typu *f90* rozwiązane dla danych: $\{ \mathbf{p}^{(1,2)} = [0.0000, -0.8369] k, \mathbf{p}^{(3,4)} = [0.0000, \sqrt{3}] k,$

$\mathbf{p}^{(5,6)} = [0.0000, \sqrt{3}] k; \mathbf{a}^{(1)} = (-80, 0), \mathbf{a}^{(2)} = (80, 0), \mathbf{a}^{(3)} = (80, 90), \mathbf{a}^{(4)} = (-80, 90) \text{ [mm]} \}, k = \sigma_{pl} / \sqrt{3}$

a) przykład ilustrujący parametry geometryczne, naprężeniowe i strukturalne złożonego pola płaskiego, a równocześnie rozwiązanie zadania z rys. 7.1b; b) poglądowa ilustracja sformułowania zadania

służyć się – tak jak w rozdziałach 5 i 6 – warunkami plastyczności w postaci sparametryzowanej, to zbiór (7.1) opisujący pole graniczne przyjmie formę:

(7.2) $\{ \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\phi}, \mathbf{a}, \mathbf{D} \},$

gdzie: $\boldsymbol{\omega} \equiv \{ \omega^{(\alpha)} : \alpha = 1, \dots, T \}, \boldsymbol{\phi} \equiv \{ \phi^{(\alpha)} : \alpha = 1, \dots, T \}.$

Podczas omawiania metod rozwiązywania pól złożonych preferowane będą warunki Hubera-Misesa i Treski, z myślą o wykorzystaniu otrzymanych pól granicznych do kształtowania elementów konstrukcji stalowych, najpierw takich, w których realizuje się płaski stan naprężenia, a w dalszych rozdziałach – także przestrzennych.

Projektant zapoznany z wersją aplikacyjną metody [16, 19 do 26, 36, 39, 64, 112, 126] zauważy, że prowadzone w tym rozdziale analizy są ukierunkowane na rozwiązywanie pól mogących być elementami zbiorów bibliotecznych, a więc pól o średnim stopniu złożoności, z których składane są pola bardziej rozbudowane.

Obiekty strukturalne oraz geometryczne warunki zachowania układów linii nieciągłości naprężeń

Sposób definiowania współrzędnych naprężenia $\sigma_{mn}^{(\alpha)}$ zestawionych w zbiorze (7.1), parametrów naprężeniowych: $\omega^{(\alpha)}$, $\phi^{(\alpha)}$ podanych w (7.2), czy współrzędnych węzłów linii nieciągłości $d_i^{(w)}$ występujących w obu zbiorach, jest jednoznaczny.

Odmierna sytuacja ma miejsce podczas definiowania obiektów strukturalnych, które mogą być konstruowane na wiele sposobów, zależnie od zadań lub konkretnych zastosowań. W przypadku siatek linii nieciągłości naprężeń, z natury nieregularnych, dogodnie jest najpierw przekształcić je w układy strukturalnie jednorodne, na przykład dzieląc sztucznie ich oczka wieloboczne na trójkątne poprzez wprowadzanie dodatkowych odcinków linii, które liniami nieciągłości naprężeń nie są. Obiekt \mathbf{D} może być wtedy definiowany w formie macierzy prostokątnej o rozmiarze $T \times 3$, której wiersze zawierają jednolicie dla całej siatki uporządkowaną specyfikację numerów węzłów wierzchołków kolejnych obszarów trójkątnych α ($\alpha = 1, \dots, T$):

$$(7.3) \quad \mathbf{D} = \begin{array}{ccc|c} & w_1 & w_2 & w_3 & w/\alpha \\ \hline * & * & * & & 1 \\ * & * & * & & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ * & * & * & & T \end{array}$$

Dla pola z rysunku 7.1a oraz przyjętej tam numeracji węzłów i trójkątów, macierz reprezentująca obiekt \mathbf{D} ma postać pokazaną bezpośrednio na rysunku. Odcinki siatki, które nie są liniami nieciągłości naprężeń, a które wprowadzono dodatkowo, zaznaczono liniami przerywanymi.

Jednym z głównych powodów akurat takiego definiowania obiektów strukturalnych \mathbf{D} jest prostota warunków układanych dla zabezpieczenia fizycznego miejsca każdego obszaru jednorodnego na płaszczyźnie $\{a\}$. W tym celu – dla wszystkich trójkątów, na które pole podzielono – wystarczy zażądać spełnienia warunków, aby ich pola powierzchni były dodatnie (dalej odnotujemy to w formie wzoru (7.11)). Zestawiane tu nierówności nazwiemy geometrycznymi warunkami zachowania struktury układu linii nieciągłości naprężeń, to znaczy zachowania liczby jednorodnych obszarów trójkątnych pola oraz systemu ich wzajemnych połączeń. Ich odpowiednikiem, formułowanym dla szczybla pól wokół węzłów, był zespół nierówności (6.9). Wyrażał one podobne żądanie, tam stawiane jednak w formie słabszych warunków, bo dopuszczających kąty pomiędzy kolejnymi liniami nieciągłości większe od π , za to jednak niewymagających wprowadzania sztucznych linii podziału. Inaczej też były definiowane obszary jednorodne: były one półnieskończonymi wycinkami kołowymi.

Ważną własnością obiektu \mathbf{D} zdefiniowanego w podany sposób jest również to, że można go odwzorować na inne przydatne obiekty strukturalne. Jednym z nich jest obiekt oznaczony w książce symbolem \mathbf{H} , zawierający informacje pozwalające zestawiać układy warunków na liniach nieciągłości naprężeń. Jest to szczególnie pożądane w przypadku automatycznego budowania układów równań i nierówności (patrz [88]) na podstawie podanych w poprzednim rozdziale ogólnych formuł rekurencyjnych. Ów obiekt \mathbf{H} ma postać macierzy o rozmiarze $L \times 2$, której wiersze opisują numery poszczególnych linii nieciągłości naprężeń $l = 1, \dots, L$ z wyspecyfikowanymi numerami przyległych do tych linii obszarów jednorodnych α_1, α_2 :

$$(7.4) \quad \mathbf{H} = \begin{array}{c|c} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha/l \\ \hline * & * & 1 \\ * & * & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ * & * & L \end{array}$$

Przyjmuje się, że obszar na zewnątrz pola jest oznaczany cyfrą zero.

Obiekt \mathbf{H} jest pochodnym obiektu \mathbf{D} . Przykład odwzorowania $\mathbf{D} \rightarrow \mathbf{H}$, dla \mathbf{D} określającego strukturę pola z rysunku 7.1a podano obok przedstawionego tam szkicu jego struktury, by ułatwić w ten sposób identyfikację indeksów poszczególnych węzłów, linii nieciągłości i obszarów jednorodnych¹⁾.

7.1.2. Przykład formułowania zadania brzegowego, ilustrujący jego istotę oraz ograniczenia

Typowe sformułowanie oraz rozwiązanie zadania poszukiwania nieciągłego pola naprężeń, także granicznego, przedstawiono poglądowo na rysunku 7.1.

Danymi są: obciążenie graniczne przyłożone na części S_p brzegu S (rys. 7.1b) oraz geometria części $S_u + S_p$, gdzie S_u – np. podparta część brzegu S .

Należy znaleźć nieciągłe pole naprężeń (opisane zbiorem (7.1) lub (7.2), por. rys. 7.1a), które spełnia podane warunki brzegowe, warunki wewnętrznej równowagi oraz – w każdym obszarze jednorodnym – założony warunek plastyczności.

Kontur otrzymanego pola (rys. 7.1a, [112]), zgodnie z twierdzeniem o dolnym oszacowaniu nośności granicznej, może być utożsamiany z poszukiwanym konturem elementu konstrukcji – wpisanego pomiędzy dane brzegi – którego graniczna nośność będzie nie mniejsza od założonej.

Naturalnie, pokazany przykład jest jeszcze zbyt prosty, by jego rozwiązanie – podane na rysunku 7.1a – miało szerokie i atrakcyjne zastosowania. Zauważyć już jednak warto, że gdyby było ono potraktowane jako symetryczna połowa na przykład pola pokazanego na rysunku 7.7a, to utworzone w ten sposób pole bardziej złożone mogłoby być praktycznie wykorzystane m.in. do znajdowania wymiarów i kształtu równomiernie rozciąganego (lub ściskanego) pasma z otworem (rys. 7.7b), a gdy pola takie poukładać obok siebie (por. rys. 7.11a) – właściwie dowolnej tarczy z regularnie rozłożonymi otworami.

Sposób szczegółowego rozwiązania zadania przedstawionego na rysunku 7.1 omówimy w punkcie 7.2.2. Na razie dodamy tylko, iż zostało ono otrzymane dla obciążeń zewnętrznych $\mathbf{p}^{(1,2)}$ o współrzędnych $p_2^{(1,2)} = -0.8369 k^{(2)}$, $p_1^{(1,2)} = 0$, danych punktów węzłowych $\mathbf{a}^{(1)} = (-80, 0)$, $\mathbf{a}^{(2)} = (80, 0)$, $\mathbf{a}^{(3)} = (80, 90)$, $\mathbf{a}^{(6)} = (-80, 90)$ [mm] oraz przy założeniu, że w każdym obszarze jednorodnym jest spełniony warunek plastyczności Hubera-Misesa. Zbiór niewiadomych zadania obejmował zatem (por. (7.2)) parametry naprężeniowe pola: $\omega^{(\alpha)}$, $\phi^{(\alpha)}$ we wszystkich obszarach jednorodnych, współrzędne węzłów $\mathbf{a}_i^{(w)}$ (z wyjąt-

1) W istniejących algorytmach [70, 71₁] są stosowane bardziej obrazowe oznaczenia obu obiektów, np. $\mathbf{D} \equiv \mathbf{ITW}$ (trójkaty – węzły), $\mathbf{H} \equiv \mathbf{IOT}$ (odcinki – trójkaty).

2) W istniejących programach komputerowych [70, 71₁] przeważnie zakłada się, iż nie jest podawana wartość naprężenia brzegowego p_i , lecz liczba będąca mnożnikiem wielkości k , która dla warunku Hubera-Misesa wynosi $k = \sigma_{pl}/\sqrt{3}$, natomiast dla warunku Treski $k = \sigma_{pl}/2$. Odróżnianie kiedy p_i ma wymiar naprężenia, a kiedy jest traktowane jako wielkość bezwymiarowa, nie prowadzi zatem do nieporozumień.

kiem danych na S_u i S_p) oraz współrzędne obiektu strukturalnego \mathbf{D} . Przedstawiony rysunek pola (rys. 7.1a) ma proporcje zgodne z obliczonymi dalej wartościami jego parametrów. W pracy [6] pole o takiej strukturze układu linii [112] jest oznaczane ciągiem znaków $f90$.

Dopuszczalne warunki brzegowe

Spróbujmy, na bazie pokazanego przykładu zadania, sformułować kilka wniosków o znaczeniu bardziej ogólnym.

W tym celu zauważmy najpierw, że warunki brzegowe na S_p i S_u (por. rys. 7.1b) nie mogą być formułowane dowolnie. Oprócz żądania, by brzegi były odcinkami prostych, a obciążenia fragmentami stałe – jak wynika to bezpośrednio z założeń o dyskretyzacji pola – nie mogą one przede wszystkim z góry wykluczać istnienia rozwiązania. Oczywiście jest na przykład, że skoro żąda się równowagi w każdym punkcie wewnętrznym pola, to przyłożone do brzegów obciążenia muszą spełniać warunki równowagi globalnej.

W przykładzie z rysunku 7.1, dla stałych rozkładów obciążeń $\mathbf{p}^{(1,2)}$ – przyłożonych na odcinku pomiędzy węzłami 1 i 2 ($\in S_p$) długości $(\overset{(2)}{a}_1 - \overset{(1)}{a}_1)$ ($\overset{(2)}{a}_1 = -\overset{(1)}{a}_1$ – symetria pola) oraz $\mathbf{p}^{(3,4)}$ $\overset{(5,6)}$ działających na odcinkach $(\overset{(3)}{a}_1 - \overset{(4)}{a}_1) = (\overset{(6)}{a}_1 - \overset{(5)}{a}_1)$ ($\in S_u$) – otrzymuje się jedno nietożsamościowe równanie globalnej równowagi, które ma postać:

$$(7.5) \quad (\overset{(2)}{a}_1 - \overset{(1)}{a}_1) \overset{(1,2)}{p}_2 + (\overset{(3)}{a}_1 - \overset{(4)}{a}_1) \overset{(3,4)}{p}_2 + (\overset{(6)}{a}_1 - \overset{(5)}{a}_1) \overset{(5,6)}{p}_2 = 0.$$

Z równania tego wynika, że długości odcinków $(\overset{(2)}{a}_1 - \overset{(1)}{a}_1)$, $(\overset{(3)}{a}_1 - \overset{(4)}{a}_1)$ oraz współrzędne $\overset{(1,2)}{p}_2$, $\overset{(5,6)}{p}_2$ nie mogą być podawane niezależnie.

Z kolei, aby w żadnym obszarze jednorodnym przyległym do $S_u + S_p$ nie przekroczyć stanu granicznego, wymaga się spełnienia warunków ograniczających obciążenie brzegów typu $(5.17)_1$ lub analogicznych, skonstruowanych dla innych warunków plastyczności.

Bez ograniczeń nie mogą być także zakładane wymiary geometryczne. Jeśli przyjmujemy na przykład odcinek $(\overset{(3)}{a}_2 - \overset{(2)}{a}_2)$ tak krótki, że nie będzie spełniona nierówność $\overset{(3)}{a}_2 \geq \overset{(8)}{a}_2$, to – dla założonej struktury podziału na obszary jednorodne – rozwiązanie pola nie będzie możliwe.

Wynikające z podanych spostrzeżeń wnioski można wyrazić następująco: warunki brzegowe dane na $S_u + S_p$ są dopuszczalne (postawione w sposób niesprzeczny), jeżeli zapewniają spełnienie warunków globalnej równowagi, warunków typu $(5.17)_1$ oraz gwarantują miejsce do realizacji dopuszczalnego pola naprężeń na płaszczyźnie fizycznej.

7.1.3. Podstawowe warunki podejścia bezpośredniego

Zakładamy, że poszukiwane pole jest traktowane jako zespół obszarów jednorodnych, które rozdzielają linie nieciągłości naprężeń.

W celu rozwiązania zadania brzegowego poglądowo zilustrowanego na rysunku 7.1 i wyznaczenia parametrów pola, które spełnia podane warunki brzegowe, można ułożyć następujący zespół równań i nierówności (por. [10, 15, 27]):

– równania równowagi na każdej linii $L^{\alpha,\beta}$ rozdzielającej sąsiednie stany jednorodne α i β ; zgodnie z (5.1) – por. także rysunek 5.1 – mają one postać:

$$(7.6) \quad (\sigma_{ij}^{(\alpha)} - \sigma_{ij}^{(\beta)}) e_i^{(l)} = 0 \quad (i, j = 1, 2; \alpha, \beta = 1, \dots, T; l = 1, \dots, L; \alpha \neq \beta),$$

gdzie:

L – liczba linii wewnętrznych pola;

$\mathbf{e}^{(l)} = \mathbf{e}^{(l)}(\mathbf{a}^{(w1)}, \mathbf{a}^{(w2)})$ – wektor jednostkowy normalny do linii $L^{\alpha,\beta}$ 1);

warunki równowagi wewnętrznej w obszarach α i β , z uwagi na jednorodność pola, są spełnione tożsamościowo;

– warunek plastyczności, który powinien być spełniony w każdym obszarze jednorodnym α :

$$(7.7) \quad \Phi(\sigma_{ij}^{(\alpha)}, \sigma_{pi}) = 0 \quad (i, j = 1, 2; \alpha = 1, \dots, T);$$

w przypadku pola niegranicznego warunek ten jest przedstawiany w formie słabej nierówności (\leq);

w książce rozważamy wyłącznie materiały plastycznie jednorodne;

– warunki brzegowe (por. rys. 7.1):

- obciążeniowe, dane na odcinkach l linii L , których węzły początku i końca $\{w1, w2\}$ leżą na części konturu określanej jako S_p :

$$(7.8) \quad p_i^{(l)} = \sigma_{ij}^{(\gamma)} e_j^{(l)},$$

gdzie:

$$e_j^{(l)} = e_j^{(l)}(\mathbf{a}^{(w1)}, \mathbf{a}^{(w2)}), \quad \mathbf{a}^{(w1)} \in S_p, \quad \mathbf{a}^{(w2)} \in S_p; \quad j = 1, 2;$$

γ – indeksy obszarów jednorodnych przyległych do odcinków $\{l, w1, w2\}$ na S_p ;

- geometryczne, dane na $S_u + S_p$, i przedstawiane na przykład w postaci:

$$(7.9) \quad \eta_k(\mathbf{a}^{(w)}) = 0, \quad \mathbf{a}^{(w)} \in S_u + S_p;$$

są one określone na zbiorze współrzędnych węzłów w położonych na $S_u + S_p$.

Podane warunki, może tylko w innych postaciach, były przytaczane powszechnie w literaturze. Jeśli jednak zauważyć, że równania równowagi (7.6) – stawiane na każdej linii $L^{\alpha,\beta}$ – tworzą układ jednorodny, to muszą być jeszcze dodane warunki istnienia jego rozwiązania, które przyjmują formę (por. rozdział 5):

$$(7.10) \quad 0 \leq \frac{\sigma_{AA}^{(\alpha)} - \sigma_{AA}^{(\beta)}}{\sigma_{ii}^{(\alpha)} - \sigma_{ii}^{(\beta)}} \leq 1, \quad \det |\sigma_{kl}^{(\alpha)} - \sigma_{kl}^{(\beta)}| = 0, \quad \sigma^{(\alpha)} \neq \sigma^{(\beta)}, \quad \alpha \neq \beta,$$

$i, k, l, A = 1, 2$; A – nie sumować.

Są to warunki istnienia linii $L^{\alpha,\beta}$.

1) Skojarzenia indeksów $\{l, \alpha, \beta\}$ oraz $\{l, w1, w2\}$ ustala obiekt \mathbf{D} , który odwzorowuje się jednoznacznie na obiekty incydencji przyporządkowujące np: numery linii l i przyległych do niej trójkątów, numery odcinków linii l i węzłów jej końców itp.

Nadto, każdy obszar jednorodny pola musi mieć miejsce dla swojej realizacji na płaszczyźnie fizycznej, dokładniej zaś – jego pole powierzchni musi być dodatnie. Prowadzi to do oczywistych nierówności:

$$(7.11) \quad - \begin{vmatrix} a_1^{(w1)} & a_2^{(w1)} & 1 \\ a_1^{(w2)} & a_2^{(w2)} & 1 \\ a_1^{(w3)} & a_2^{(w3)} & 1 \end{vmatrix}^{(\alpha)} > 0 \quad (\alpha = 1, \dots, T),$$

gdzie: $w1, w2, w3$ są indeksami wierzchołków trójkąta α , tutaj podanymi w kolejności zgodnej z ruchem wskazówek zegara.

Są to geometryczne warunki istnienia rozwiązania.

Warunki (7.10), (7.11) są także nazywane warunkami zachowania struktury, odpowiednio: naprężeniowymi – (7.10) i geometrycznymi – (7.11).

Dołączanie zależności geometrycznych, wiążących parametry kątowe i współrzędne węzłów siatki linii nieciągłości naprężeń na razie pomijamy.

7.1.4. Własności zadań brzegowych w przypadkach sformułowań bezpośrednich

Do rozwiązania zagadnienia brzegowego (por. rys. 7.1) i wyznaczenia parametrów pola dysponujemy zespołem równań i nierówności (7.6) – (7.11), w którym niewiadomymi są wszystkie elementy zbioru (7.1), w tym także współrzędne obiektu \mathbf{D} .

Tymczasem, wśród warunków (7.6) – (7.11) nie ma ani jednego, który byłby na tych współrzędnych określony. Mamy wprowadzić nierówności (7.10) i (7.11), jednak nie pozwalają one znajdować dopuszczalnych struktur dla danych warunków brzegowych, lecz tylko rozstrzygać, czy założona pierwotnie struktura jest zachowywana, czy też nie.

Tak więc rozwiązując zadanie brzegowe dla złożonego pola płaskiego, dochodzi się nie tylko do nieliniowego, skomplikowanego i zawierającego osobliwości układu równań i nierówności, ale przede wszystkim do układu, którego nawet wymiar nie jest dany: z góry nie jest znana ani liczba niewiadomych, ani liczba warunków typu (7.6) – (7.11), jakie w celu rozwiązania danego zagadnienia brzegowego należy ułożyć. W przestrzeni fizycznej odpowiada to zadaniu z nieznaną dyskretyzacją, dokładniej: z nieznaną i zależną od warunków brzegowych strukturą podziału pola na obszary jednorodne.

Jest to najbardziej istotna trudność rozwiązania każdego statycznie dopuszczalnego, nieciągłego pola naprężeń.

Tak jak w przypadku pól wokół węzłów omawianych w rozdziale poprzednim strukturę pola złożonego określimy jako dopuszczalną dla danych warunków brzegowych, gdy dla tych warunków gwarantuje ona istnienie rozwiązania pola na płaszczyźnie fizycznej. Wobec faktu, iż zależności, które ujmowałyby relację: warunki brzegowe na $S_u + S_p$ – dopuszczalna struktura podziału na obszary jednorodne, także w przypadku pól złożonych nie udało się znaleźć, dla struktur zaś zakładanych dowolnie rozwiązania zadań brzegowych zazwyczaj nie istnieją, struktury tych pól musiały być postulowane. Dopiero później sprawdzano ich dopuszczalność, co w praktyce z reguły oznaczało próbę kompletnego rozwiązania pola. Ostateczna weryfikacja dopuszczalności struktury wy-

maga bowiem wykazania istnienia rozwiązania na płaszczyźnie fizycznej, a to jest możliwe dopiero w fazie końcowej próby rozwiązania układu (7.6) – (7.11). Co więcej – stwierdzenie nieistnienia rozwiązania dla jednej struktury nie dostarcza praktycznie żadnych przesłanek jej korekty w następnej próbie rozwiązania.

Należy zaznaczyć, że – podobnie jak w przypadku warunków otrzymanych dla pól wokół węzłów w rozdziale poprzednim – poszczególne warunki układu (7.6) – (7.11) są również określone na funkcjach trudnych do przekształcania i badań analitycznych. Dlatego muszą być pozostawiane w postaci algorytmów. Możliwości ogólnych badań tych warunków są zatem ograniczone do analiz numerycznych.

7.2. Podstawowa metoda rozwiązania

7.2.1. Konstruowanie pól płaskich poprzez analizy i łączenie pól wokół węzłów

Wobec widocznego braku możliwości skonstruowania bezpośrednich metod rozwiązywania złożonych pól płaskich, w których najpierw wyznaczałoby się dopuszczalne struktury układów linii nieciągłości naprężeń dla danych warunków brzegowych, zestawiało zespoły warunków, a następnie znajdowało kompletne rozwiązania pól na płaszczyźnie fizycznej, powstawały koncepcje podejść, które bazują na łączeniu w różnorodnych konfiguracjach niewielkiej liczby znanych rozwiązań szczególnych, otrzymanych sposobem przewidywania [112]. Naturalnie, możliwości ich eksploatacji szybko się wyczerpywały.

W tej skrajnie niekorzystnej dla metody sytuacji, po udanych próbach znalezienia ogólnego podejścia do wyznaczania rozwiązań pól wokół węzłów zaproponowano [10, 27], aby te właśnie pola były podstawowymi jednostkami składowymi pól złożonych. Nie wynika to jednak z odkrycia ważnych dla nich związków: warunki brzegowe-struktura, lecz z faktu, że rozwiązywanie pól wokół węzłów udaje się zaalgorytmizować i dziś jest wspomagane sprawnym oprogramowaniem [70].

Ten podstawowy obecnie sposób rozwiązywania zadań konstrukcji nieciągłych pól płaskich omówimy na przykładach pól granicznych o średnim stopniu złożoności, spełniających warunek Hubera-Misesa.

Etap poszukiwania dopuszczalnych struktur dla danych warunków brzegowych, może najbardziej interesujący z badawczego punktu widzenia, z uwagi na konieczność posługiwania się dużymi i zajmującymi wiele miejsca zbiorami rysunków rozwiązań, przedstawimy w skrócie, na jednym przykładzie. Jest to podejście efektywne, pozwalające znajdować wszystkie istniejące rozwiązania pól wokół węzłów, jednak analizy zbiorów tych rozwiązań, często wielkich, na ogół nie są łatwe. Mamy zatem sprawne narzędzie znajdowania i analiz struktur układów linii nieciągłości naprężeń, choć przeznaczone głównie dla specjalistów zajmujących się podstawami metody, dostarczających nowych rozwiązań szczególnych dla wersji aplikacyjnej.

Omówione w tym rozdziale przykłady mają znaczenie ogólne, przedstawiona zaś metodyka może być uważana za niezależną od zakładanych warunków plastyczności [27]. Wymaga się tylko, aby warunki te były przedstawione w postaci sparametryzowanej, ob-