



Rozdział 4

DYFRAKCYJNE METODY POMIARU WIELKOŚCI KROPEL W AEROZOLU POLIDYSERSYJNYM

Klasyczna dyfraktometria ogranicza się do analizy wymiarowej ośrodków monodispersyjnych i quasi-monodispersyjnych. Źródłem informacji o wielkości obiektów powodujących ugięcie światła jest położenie pierścieni dyfrakcyjnych w płaszczyźnie obrazowej.

Dla widma rozpylenia kropeł $\rho(D)$, którego względne odchylenie standardowe $d = \sigma / \bar{D}$ przekracza wartość $d_q = 0.153$, zanikają wszystkie pierścienie dyfrakcyjne, a wraz z nimi możliwość oceny przeciętnej średnicy kropeł \bar{D}_p .

Aerozol, dla którego $d \geq d_q$ wykazuje już właściwości ośrodka polidispersyjnego, a informacji o wymiarach jego kropeł należy poszukiwać w innych fragmentach obrazu dyfrakcyjnego.

Wartość d_q oznacza względne odchylenie standardowe widma rozpylenia kropeł $\rho(D)$, dla której natężenie światła $I(r)$ jest już w całym zakresie funkcją monotoniczną i malejącą, czyli $dI(r)/dr < 0$. Jest ona tylko w niewielkim stopniu uzależniona od typu funkcji opisującej rozkład statystyczny wielkości kropeł w rozpylonej strudze cieczy.

W praktyce, nie ma możliwości określenia położenia ekstremów natężenia światła $I(r)$ gdy wartość względnego odchylenia standardowego $d_g \geq 0.12$ (przy bezpośredniej rejestracji rozkładu $I(r)$), ze względu na znaczny spadek kontrastu pomiędzy nimi. Identyfikacja pierścieni Airy'ego w dyfraktogramach $I(r)$ uzyskanych metodami pośrednimi (np. fotograficzną) jest możliwa w zakresie $d = 0 \div 0.1$.

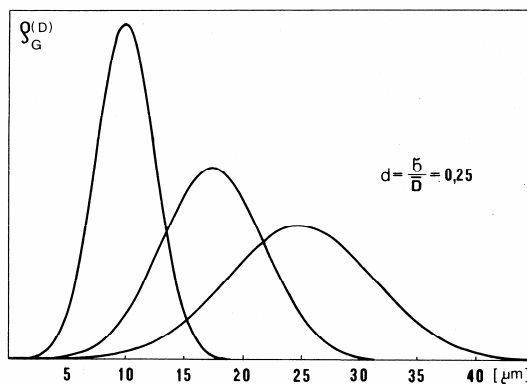
Aerozol wytwarzany przez rozpylacze silników turbinowych, klasyczne gaźniki i niskociśnieniowe wtryskiwacze paliwa silników tłokowych OZI (o zapłonie iskrowym) jest typowym ośrodkiem polidispersyjnym. Z tego powodu klasyczny wariant metody dyfrakcyjnej może być wykorzystany tylko sporadycznie, wówczas, gdy rozrzut wielkości kropeł w rozpylonej strudze będzie niewielki.

4.1. Porównanie obrazów dyfrakcyjnych ośrodka monodispersyjnego i polidispersyjnego [96]

Rozkład natężenia światła $I_F(f, r)$ po przejściu fali świetlnej przez strugę aerozolu i transformacji Fouriera przez obiektyw o ogniskowej f , jest sumą obrazów $I_F(D, f, r)$ wytworzonych przez każdą z oświetlonych kropeł

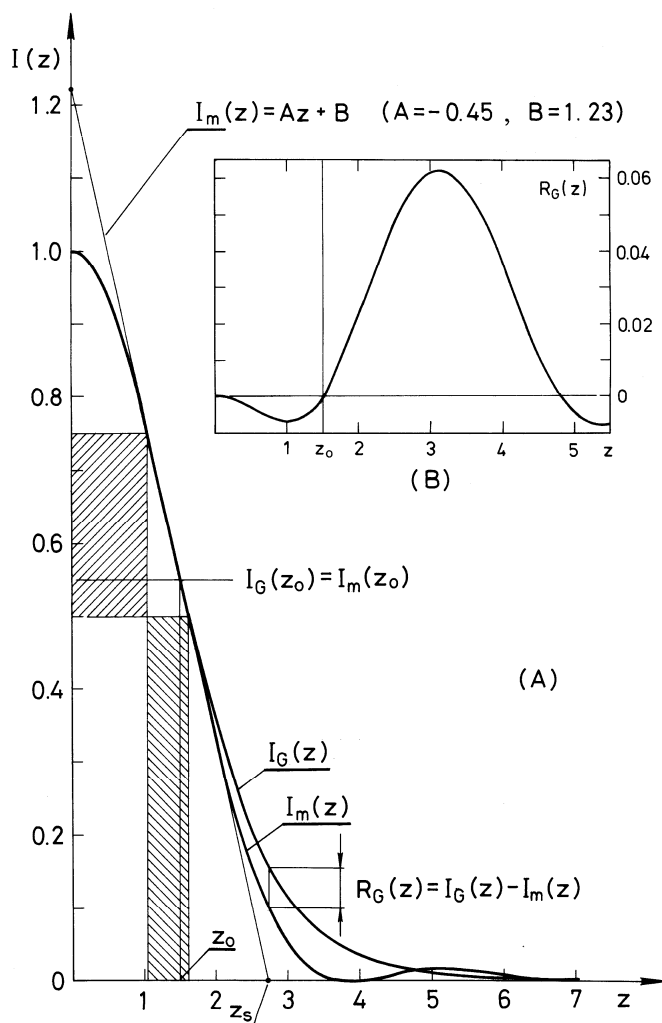
$$I_F(f, r) = \int_0^{\infty} \rho(D) I_F(D, f, r) dD \quad (4.1)$$

Rozkłady statystyczne tego samego typu, o zróżnicowanej przeciętnej średnicy kropeł \bar{D}_p , lecz tej samej wartości względnego odchylenia standardowego d , wytwarzają podobne obrazy dyfrakcyjne $I_F(f, r)$, różniące się jedynie wielkością parametrów charakterystycznych (szerokość połówkowa, interwał dyfrakcyjny, itp.). Po wprowadzeniu bezwymiarowej jednostki optycznej Airy'ego $z = (\pi \bar{D}_G / \lambda)$ i unormowaniu natężenia światła do wartości $I_p(z) |_{z \rightarrow 0}$ stają się one identyczne.



Rys. 4.1. Trzy rozkłady Gaussa $\rho_G(D, d)$ o różnych przeciętnych średnicach \bar{D}_G (10.0 μm , 17.5 μm , 25.0 μm) i względnym odchyleniu standardowym $d = 0.25$, dające taki sam bezwymiarowy obraz dyfrakcyjny $I_G(z)$

Na rysunku 4.1 przedstawiono trzy rozkłady Gaussa $\rho_G(D, d)$ o różnych przeciętnych średnicach \bar{D}_G ($10 \mu\text{m}$, $17.5 \mu\text{m}$ oraz $25 \mu\text{m}$) i jednakowym względnym odchyleniu standardowym $d=0.25$, dające taki sam bezwymiarowy obraz dyfrakcyjny $I_G(z)$ (rys. 4.2). Jest on przedstawiony wraz z natężeniem $I_m(z)$ światła ugiętego na kropkach ośrodka monodispersyjnego o średnicy $D_m = \bar{D}_G$.



Rys. 4.2. A - natężenie światła $I_G(z)$ dla aerozolu, którego wielkość kropeł opisuje rozkład Gaussa $\rho_G(D, d)$ o względnym odchyleniu standardowym $d=0.25$ oraz natężenie światła $I_m(z)$ dla ośrodka monodispersyjnego, B - różnica $R_G(z)$ pomiędzy natężeniami światła $I_G(z)$ i $I_m(z)$

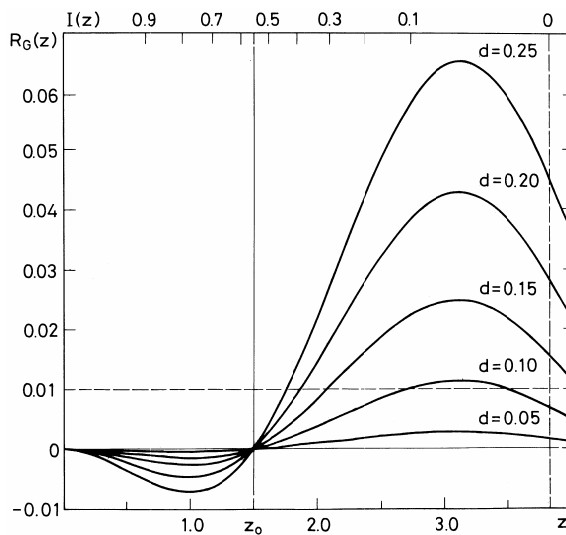
W przedziale $z=0 \div 1.5$ rozkłady $I_G(z)$ oraz $I_m(z)$ są niemal identyczne, przy czym $I_G(z)$ jest nieznacznie mniejsze od $I_m(z)$. Dla współrzędnej $z=1.5 \div 4.5$ natężenia $I_G(z)$ i $I_m(z)$ zaczynają się wyraźnie różnić i w tym zakresie $I_G(z) > I_m(z)$.

Rysunki 4.2B oraz 4.3 ilustrują różnicę $R_G(z)$ pomiędzy natężeniem światła przechodzącego przez ośrodek polidispersyjny i monodispersyjny dla kilku wartości względnego odchylenia standardowego $d = \sigma / \bar{D}_G$

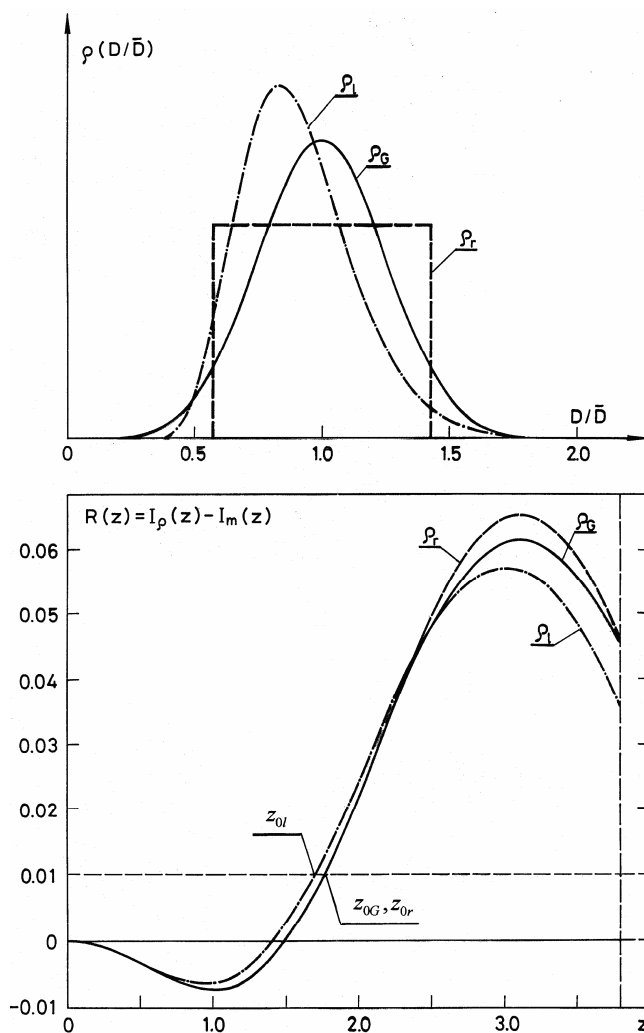
$$R_G(z) = I_G(z) - I_m(z) \quad (4.2)$$

Różnica ta osiąga wartości ekstremalne dla $z \approx 1$ oraz $z \approx 3$, zaś dla bezwymiarowej współrzędnej $z_0 = 1.5$ maleje ($R_G(z_0) \rightarrow 0$) niezależnie od wartości d .

W pracy [8] wykazano, że rodzaj funkcji $\rho(D)$ opisującej rozkład statystyczny wielkości kropeł w strudze aerozolu nie ma istotnego wpływu na natężenie światła $I_\rho(z)$ w obrazie dyfrakcyjnym. Wyniki przeprowadzonej analizy potwierdzają powyższe stwierdzenie. Dla symetrycznych charakterystyk rozpylania $\rho(D)$ funkcje rozkładu natężenia światła $I_\rho(z)$, są w zakresie $z=0 \div 2.5$ praktycznie nierozróżnialne. Dla niesymetrycznego widma średnic kropeł $\rho(D)$ charakter zmian funkcji $R(z)$ jest bardzo podobny, jedynie jej miejsce zerowe różni się nieco od wartości z_0 .



Rys. 4.3. Różnica $R_G(z) = I_G(z) - I_m(z)$ w zależności od względnego odchylenia standardowego $d = \sigma / \bar{D}_G$



Rys. 4.4. Trzy rozkłady statystyczne wielkości kropeł $\rho(D)$ dla ośrodków o tej samej przeciętnej średnicy \bar{D}_p i jednakowym względnym odchyleniu standardowym $d=0.25$ oraz odpowiadające im funkcje $R_\rho(z) = I_\rho(z) - I_m(z)$ ($\rho_l(D)$ – rozkład logarytmiczny, $\rho_G(D)$ – rozkład Gaussa, $\rho_r(D)$ – rozkład równomierny)

Na rysunku 4.4 przedstawiono funkcje $R(z)$ dla trzech rozkładów: normalnego $\rho_G(D)$, równomiernego $\rho_r(D)$ i logarytmicznego $\rho_l(D)$ o tej samej wartości względnego odchylenia standardowego $d=0.25$.

$$\rho_G(D) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(D-\bar{D}_G)^2}{2\sigma^2}\right] \quad d_G = \frac{\sigma}{\bar{D}_G} \quad (4.3)$$

$$\rho(D) = \frac{1}{\sigma D \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln D - m)^2}{2\sigma^2}\right] \quad d_l = \frac{\sqrt{\exp(2m + \sigma^2)(\exp \sigma^2 - 1)}}{\exp\left(m + \frac{\sigma^2}{2}\right)} \quad (4.4)$$

$$\rho_r(D) = \frac{1}{2h} \text{ dla } (\bar{D}_r - h) < D < (\bar{D}_r + h); \quad d_r = \frac{h}{\sqrt{3\bar{D}_r}} \quad (4.5)$$

Wpływ postaci funkcji rozkładu statystycznego $\rho(D)$ na wartość różnicy $R_p(z) = I_p(z) - I_m(z)$ zaczyna się uwidaczniać dopiero dla bezwymiarowej współrzędnej $z > 2.5$.

Z przeprowadzonej analizy wynika, że bezwymiarowa funkcja opisująca rozkład natężenia światła w obrazie dyfrakcyjnym $I(z)$ w zakresie $z = 0 \div 1.6$ ($I(z) = 1 \div 0.5$), zawiera informacje o przeciętnej wartości \bar{D}_p rozkładu statystycznego $\rho(D)$ wielkości kropeł w strudze aerozolu. Nawet dla bardzo dużych wartości względnego odchylenia standardowego d , maksymalna różnica $|R(z)|$ jest w tym zakresie mniejsza niż 0.01 (rys. 4.3).

4.2. Obliczanie przeciętnej średnicy kropeł \bar{D}_p poprzez aproksymację liniową zależności $I(z)$

Dla bezwymiarowej współrzędnej $z = 1.1 \div 1.6$ (zakresowany obszar na rys. 4.2) funkcja $I_m(z)$ ma charakter quasi - liniowy i można ją aproksymować

$$I_m(z) \cong I_{ml}(z) = Az + B = A \frac{\pi D_m r}{\lambda f} + B \quad (A = -0.45, B = 1.23) \quad (4.6)$$

Współczynnik regresji liniowej tej aproksymacji wynosi $r_m = -0.99993$. Stosując metodę najmniejszych kwadratów do zminimalizowania różnicy S pomiędzy wyznaczonym doświadczalnie natężeniem światła $I(r)$ i linią prostą $I_{ml}(z)$ dla k punktów eksperymentalnych $I(r_i)$

$$S = \sum_{i=1}^k \left[\frac{I(r_i)}{I_{max}} - \left(A \frac{\pi D_m}{\lambda f} r_i - B \right) \right]^2; I_{max} = I_F(f, r)|_{r \rightarrow 0} \quad (4.7)$$

oblicza się średnicę kropeł D_m z relacji

$$D_m = \frac{\frac{1}{I_{max}} \sum_{i=1}^k r_i I(r_i) - B \sum_{i=1}^k r_i}{\frac{A\pi}{\lambda f} \sum_{i=1}^k r_i} \quad (4.8)$$

Tak określona wartość D_m jest wielkością kropeł ośrodka wymiarowo jednorodnego, którego obraz dyfrakcyjny jest najbardziej zbliżony do rzeczywistego przebiegu funkcji opisującej rozkład natężenia światła $I(r)$ w ośrodku polidispersyjnym o widmie rozpylenia $\rho(D)$. Można więc przyjąć, że

$$\bar{D}_\rho \cong D_m \quad (4.9)$$

Obliczenia symulacyjne przeprowadzone dla różnych rozkładów statystycznych $\rho(D)$ wykazały, że łączny błąd systematyczny spowodowany przybliżeniami (4.6) oraz (4.9) nie przekracza wartości 1%.

W opisaney metodzie wykorzystuje się jedynie 1/4 informacji zawartej w zarejestrowanym rozkładzie natężenia światła $I(r)$, gdyż przedziałowi, w którym dokonano linearyzacji funkcji $I_m(z)$ (czyli $z = 1.1 \div 1.6$) odpowiada zakres $(0.5 \div 0.75)I_{max}$.

Stosowanie relacji (4.8) do obliczania przeciętnej średnicy kropeł $\bar{D}_\rho \cong D_m$ pozwala na uzyskanie wyników o relatywnie małym błędzie przypadkowym, gdyż w tej części rozkładu $I(r)$ zmiany natężenia światła są najbardziej wyraziste, przy korzystnym stosunku sygnału do szumu. Wynika to z tego, że pochodna natężenia światła $dI(r)/dr$ osiąga w tym obszarze największe wartości. Dla ośrodka monodispersyjnego ekstremalna wartość $dI_m(z)/dz = -0.46$ (dla $z = 1.49$, $I(z) = 0.56$), zaś styczna w tym punkcie jest opisana równaniem

$$I_m(z) = -0.46 \cdot z + 1.24 \quad (4.10)$$

niewiele różni się od linii $I_m(z) = 0.45z + 1.23$ aproksymującej zależność $I_m(z)$. Dla ośrodków polidispersyjnych maksymalna wartość pochodnej $|dI_\rho(z)/dz|$ zmniejsza się, co powoduje, że linie $I_\rho'(z)$ oraz $I_m(z)$ praktycznie pokrywają się, co może być wykorzystane do graficznej metody opracowania dyfraktogramów, pozwalającej na szybkie uzyskanie wstępnych wyników pomiarów.

Kreśląc z punktu $(0, 1.23 I_{\max})$ styczną do krzywej $I(r)$ wyznacza się wartość r_s , w punkcie przecięcia z osią poziomą. Podstawiając tę wartość do relacji na miejsce zerowe $z_s = 2.73$ linii $I_m(z)$ (rys. 4.2) otrzymuje się

$$\bar{D}_\rho \cong D_m = 0.87 \frac{\lambda f}{r_s} \quad (4.11)$$

Wykorzystanie formuł (4.8) oraz (4.11) jest możliwe wówczas, gdy znane są bezwzględne wartości rozkładu natężenia światła $I(r)$ w obrazie dyfrakcyjnym.

Bezpośrednia rejestracja obrazów dyfrakcyjnych (skanowanie pojedynczym fotodetekтором lub wykorzystanie układów mozaikowych złożonych z dużej liczby detektorów) jest trudna w realizacji technicznej z powodu niekorzystnej relacji pomiędzy sygnałem użytecznym $I_F(f, r)$ i „bezużytecznym” $I_0(r)$ (rys. 6.1). Znajomość rozkładu $I(r) = I_F(f, r) + I_0(f, r)$ stwarza możliwość określenia przeciętnej średnicy kropeł aerozolu z najmniejszym błędem przypadkowym.

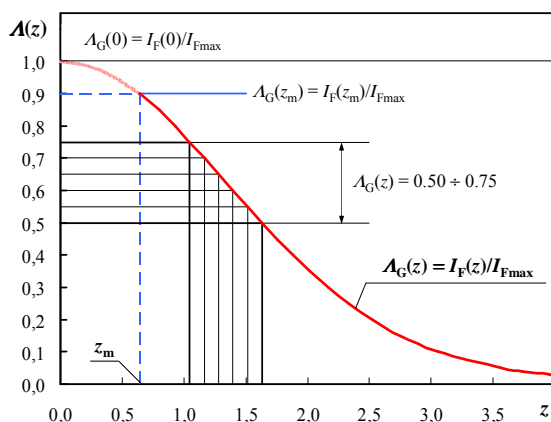
4.3. Analiza niepełnych obrazów dyfrakcyjnych [92]

Jednym ze sposobów na uniknięcie niedogodności metrologicznej, polegającej na tym, że obraz dyfrakcyjny $I_F(r)$ stanowi „otoczkę” obrazu ogniska fali płaskiej $I_0(r)$ o znacznie większym natężeniu, jest wprowadzenie elementu maskującego w centrum płaszczyzny obrazowej. Powoduje to jednak przesłonięcie górnego fragmentu dyfrakcyjnej części tego rozkładu na poziomie $A(z_m) = A_m$, co utrudnia analizę metrologiczną badanego aerozolu. Niepełna informacja o rozkładzie $I_F(r)$ musi być tak przetworzona, by obliczyć przeciętną średnicę kropeł D_e poprzez uwzględnienie informacji z quasi – liniowego zakresu tego rozkładu $A(z) = 0.5 \div 0.75$ (rys. 4.5, 4.6).

Na rysunku 4.6 pokazano przybliżenia funkcji $A_m(z)$, w których uwzględniono kolejne człony rozwinięcia szeregu potęgowego (3.12). Jako kryterium stosowności przybliżenia przyjęto warunek, by jego błąd względny

$$\frac{\Delta \Lambda_k}{\Lambda_m(z)} = \frac{\left| \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k z^{2k}}{2^{2k+1} (k+1)! k!} \right)^2 - \Lambda_m(z) \right|}{\Lambda_m(z)} \quad (4.12)$$

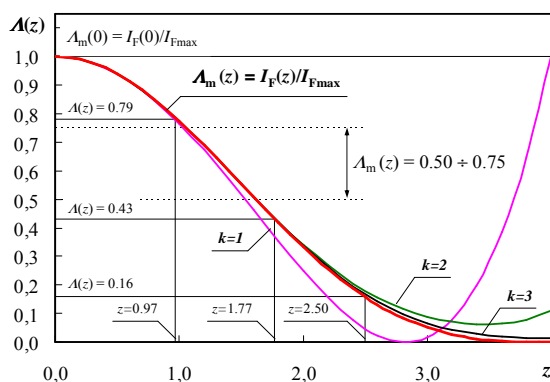
nie przekroczył wartości 0.01 (1%).



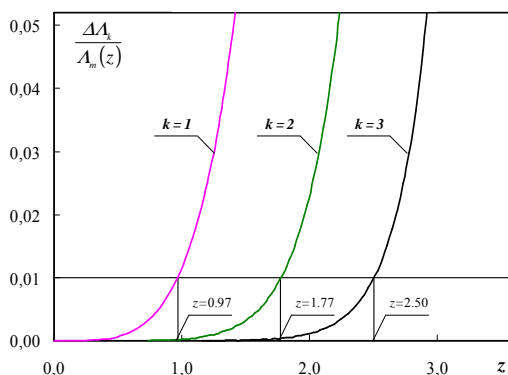
Rys. 4.5. Bezwymiarowy rozkład natężenia światła $A_G(z)$ ugiętego na kroplach aerozolu, którego wielkość kropeł opisuje rozkład Gaussa $\rho_G(D)$ o odchyleniu standardowym $\sigma = D_e/4$ (strzałką zaznaczony jest zakres $A_G(z) = 0.50 \div 0.75$ wykorzystywany do obliczania przeciętnej średnicy kropeł D_e)

Dla pierwszych dwóch członów szeregu (3.12) ($k=0, 1$) warunek ten jest spełniony w zakresie $z=0 \div 0.97$, dla trzech członów ($k=0, 1, 2$) w zakresie $z=0 \div 1.77$, zaś dla czterech członów ($k=0, 1, 2, 3$) w przedziale $z=0 \div 2.50$.

Na rysunku 4.7 pokazane są błędy względne $\Delta A_k/A_m(z)$ rozwinięcia funkcji $A_m(z)$, dla kolejnych członów szeregu (3.12).



Rys. 4.6. Bezwymiarowy rozkład natężenia światła $A_m(z)$ ugiętego na kroplach aerozolu monodispersyjnego oraz przybliżenia tego rozkładu dla kolejnych członów ($k=1, 2, 3$) szeregu potęgowego (4.12) (strzałką zaznaczono zakres $A_m(z) = 0.50 \div 0.75$ wykorzystywany do obliczania przeciętnej średnicy kropeł D_e)



Rys. 4.7. Błędy względne rozwinięcia bezwymiarowej funkcji rozkładu natężenia światła $\Delta A_k/A_m(z)$ dla trzech kolejnych elementów szeregu potęgowego (4.12)

W zakresie ($z = 1.06 \div 1.62$, $A(z) = 0.5 \div 0.75$), zawierającym informację o przeciętnej średnicy kropeł aerozolu D_e , wystarczającym przybliżeniem jest suma pierwszych trzech członów ($k = 0, 1, 2$) szeregu (3.12)

$$A_m(z) \cong \left| 1 - \frac{z^2}{8} + \frac{z^4}{192} \right|^2 = \left| 1 - \frac{1}{8} \left(\frac{\pi D}{\lambda f} \right)^2 + \frac{1}{192} \left(\frac{\pi D}{\lambda f} \right)^4 \right|^2 \quad (4.13)$$

Największy błąd względny tego przybliżenia (dla $z = 1.62$) ma wartość 0.0053. Stosując metodę najmniejszych kwadratów do określenia parametrów dopasowania unormowanego rozkładu natężenia światła $I_F(r)/I_{Fmax}$ do bezwymiarowej funkcji $A_m(z)$ poszukuje się minimum sumy kwadratów $S(I_{Fmax}, D)$

$$S(I_{Fmax}, D) = \sum_{i=1}^n \left\{ \left[1 - \frac{1}{8} \left(\frac{\pi D r_i}{\lambda f} \right)^2 + \frac{1}{192} \left(\frac{\pi D r_i}{\lambda f} \right)^4 \right]^2 - \frac{I(r_i)}{I_{Fmax}} \right\}^2 \quad (4.14)$$

Przyrównanie do zera pochodnych $\partial S / \partial I_{Fmax}$ i $\partial S / \partial D$ daje układ równań nieliniowych

$$\sum_{i=1}^n \left\{ \left[1 - \frac{1}{8} \left(\frac{\pi D r_i}{\lambda f} \right)^2 + \frac{1}{192} \left(\frac{\pi D r_i}{\lambda f} \right)^4 \right]^2 - \frac{I(r_i)}{I_{Fmax}} \right\} \cdot \frac{I(r_i)}{I_{Fmax}^2} = 0 \quad (4.15)$$

$$\sum_{i=1}^n \left\{ \left[1 - \frac{1}{8} \left(\frac{\pi D r_i}{\lambda f} \right)^2 + \frac{1}{192} \left(\frac{\pi D r_i}{\lambda f} \right)^4 \right]^2 - \frac{I(r_i)}{I_{Fmax}} \right\} \cdot \left[1 - \frac{D}{4} \left(\frac{\pi r_i}{\lambda f} \right)^2 + \frac{D^3}{48} \left(\frac{\pi r_i}{\lambda f} \right)^4 \right] = 0$$

Z układu tego można obliczyć poszukiwane wartości I_{Fmax} oraz D metodami numerycznymi. Przekształcając warunek (4.14) do postaci

$$S'(I_{Fmax}, D) = \sum_{i=1}^n \left\{ \left(1 - \frac{1}{8} \left(\frac{\pi D r_i}{\lambda f} \right)^2 + \frac{1}{192} \left(\frac{\pi D r_i}{\lambda f} \right)^4 \right) - \sqrt{\frac{I(r_i)}{I_{Fmax}}} \right\}^2 \quad (4.16)$$

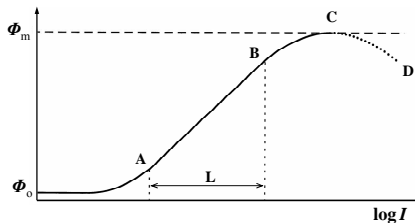
i stosując formalizm metody najmniejszych kwadratów uzyskuje się równanie

$$\begin{aligned} & D^6 \frac{1}{2304} \left(\frac{\pi}{\lambda f} \right)^8 \left[\sum_{i=1}^k r_i^8 \cdot \sum_{i=1}^k I(r_i) - \left(\sum_{i=1}^k r_i^4 \sqrt{I(r_i)} \right)^2 \right] + \\ & + D^4 \frac{1}{64} \left(\frac{\pi}{\lambda f} \right)^6 \left[\sum_{i=1}^k r_i^2 \sqrt{I(r_i)} \cdot \sum_{i=1}^k r_i^4 \sqrt{I(r_i)} - \sum_{i=1}^k r_i^6 \cdot \sum_{i=1}^k I(r_i) \right] + \\ & + D^2 \frac{1}{64} \left(\frac{\pi}{\lambda f} \right)^4 \left[\frac{5}{6} \sum_{i=1}^k r_i^4 \cdot \sum_{i=1}^k I(r_i) - \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^k r_i^2 \sqrt{I(r_i)} \right)^2 \right] + \\ & - \frac{1}{192} \left(\frac{\pi}{\lambda f} \right)^4 \left[\sum_{i=1}^k r_i^4 \sqrt{I(r_i)} \cdot \sum_{i=1}^k \sqrt{I(r_i)} \right] + \\ & + \left(\frac{\pi}{\lambda f} \right)^2 \left[\sum_{i=1}^k r_i^2 \sqrt{I(r_i)} \cdot \sum_{i=1}^k \sqrt{I(r_i)} - \sum_{i=1}^k r_i^2 \cdot \sum_{i=1}^k I(r_i) \right] = 0 \end{aligned} \quad (4.17)$$

z którego można w sposób analityczny określić średnicę D_e .

4.4. Fotograficzna rejestracja obrazu dyfrakcyjnego

Po transformacji Fouriera wiązki świetlnej propagującej przez badaną strugę, dyfrakcyjna część natężenia światła $I_F(f, r)$ stanowi tylko „łóż” dla obrazu ogniska fali płaskiej, gdyż $I_0(r) \big|_{r \rightarrow 0} \gg I_F(r) \big|_{r \rightarrow 0}$. Fotograficzny zapis obrazu dyfrakcyjnego pozwala na zmniejszenie trudności, jakie pojawiają się w trakcie bezpośredniego pomiaru rozkładu $I(r)$.



Rys. 4.8. Krzywa naświetlenia materiałów fotograficznych (AB – zakres liniowy, CD – zakres solaryzacji)

Przy właściwie dobranych warunkach ekspozycji fotograficznej, maksymalna wartość $I_{F\max} = I_F(r) |_{r \rightarrow 0}$ powinna mieścić się w górnej części liniowego zakresu krzywej Hurtera - Driffelda [32,66] (rys. 4.8) określającej związek pomiędzy natężeniem światła, a wywołanym przez nie zaczernieniem emulsji fotograficznej.

Mikrodensytogram obrazu dyfrakcyjnego $\Phi(r)$ pozwala określić rozkład $I'(r)$, który po uwzględnieniu wartości $I_A + \Delta$ jest proporcjonalny do rzeczywistego rozkładu natężenia światła $I(r)$

$$I(r) = (I_A + \Delta) + I'(r) \quad (4.18)$$

Wartość I_A wyznaczoną z charakterystyki fotochemicznej $\Phi = \Phi(\log I)$ stosowanego materiału światłoczułego, należy skorygować, ze względu na to, że efekt końcowy rejestracji fotograficznej (w postaci zaczernienia kliszy) zależy w znacznym stopniu od parametrów obróbki fotochemicznej negatywu. Z tego powodu w relacji (4.18) uwzględniono poprawkę Δ , którą można wyznaczyć z pomiarów sensytemetrycznych lub potraktować jako drugą niewiadomą. Wtedy relacja (4.7) przyjmie postać

$$S = \sum_{i=1}^k \left[\frac{(I_A + \Delta) + I'(r_i)}{(I_A + \Delta) + I'_{\max}} - \left(A \frac{\pi D_m}{\lambda f} r_i - B \right) \right]^2 \quad (4.19)$$

Zastosowanie formalizmu metody najmniejszych kwadratów z niewiadomymi D_m i Δ prowadzi do układu równań nieliniowych. Stosując przybliżenie

$$\frac{(I_A + \Delta) + I'(r_i)}{(I_A + \Delta) + I'_{\max}} \cong \frac{(I_A + I'_{\max})^2 + \Delta[I'_{\max} - I'(r_i)]}{(I_A + I'_{\max})^2} \quad (4.20)$$

otrzymuje się układ równań liniowych, z którego wyznaczono wartości D_m i Δ

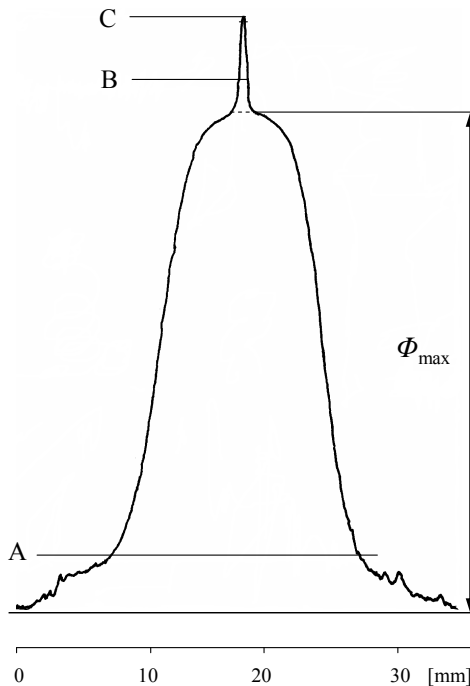
$$\bar{D}_\rho \cong D_m = \frac{B(I'_{\max} + I_A) \cdot (F_1 F_6 - F_0 F_2) + F_2 F_3 - F_1 F_4}{\frac{A \pi (I'_{\max} + I_A)}{\lambda f} F_2^2 - F_1 F_5} \quad (4.21)$$

$$\Delta = \frac{(I'_{\max} + I_A) \cdot [B(I'_{\max} + I_A) \cdot (F_2 F_6 - F_0 F_5) + F_3 F_5 - F_2 F_4]}{F_2^2 - F_1 F_5} \quad (4.22)$$

Współczynniki F_i występujące w powyższych równaniach oblicza się z relacji

$$\begin{aligned}
 F_0 &= \sum_{i=1}^k [I'_{max} - I'(r_i)] & F_1 &= \sum_{i=1}^k [I'_{max} - I'(r_i)]^2 \\
 F_2 &= \sum_{i=1}^k [I'_{max} - I'(r_i)] \cdot r_i & F_3 &= \sum_{i=1}^k [I'_{max} - I'(r_i)] \cdot [I'(r_i) + I_A] \\
 F_4 &= \sum_{i=1}^k r_i I'(r_i) & F_5 &= \sum_{i=1}^k r_i^2 & F_6 &= \sum_{i=1}^k r_i
 \end{aligned} \quad (4.23)$$

Przybliżenie (4.20) jest dobrze spełnione wówczas, gdy parametr korekcyjny $\Delta \leq 0.2I_A$. Dokładność określenia przeciętnej średnicy kropeł \bar{D}_p powiększa się przy pomiarach seryjnych (zarejestrowanych na tej samej błonie), gdyż dla wszystkich mikrodensytogramów przyjmuje się uśrednioną wartość Δ_s .



Rys. 4.9. Mikrodensytogram $\Phi(r)$ obrazu dyfrakcyjnego powstałego po przejściu fali świetlnej przez stożek rozpylania wtryskiwacza typu 16.83.0310 silnika GTD - 350 przy ciśnieniu tłoczenia paliwa $\Delta p = 1.0$ MPa

Na rysunku 4.9 przedstawiono mikrodensytogram obrazu dyfrakcyjnego zarejestrowanego po przejściu fali świetlnej o długości $\lambda=0.63 \mu\text{m}$ przez stożek rozpylenia wytworzony przez wtryskiwacz paliwa typu 16.8.0310 silnika GTD-350.

Rejestracji fotograficznej (przy czasie naświetlania 1/125 s) dokonano na negatywie „Gold 200”, który wywołano w procesie C-41. Do pomiaru gęstości optycznej $\Phi(r)$ wykorzystano automatyczny mikrodensytometr typu MD 100. Przeciętna średnica kropeł obliczona z zależności (4.21) ma wartość $\bar{D}_p = 30 \pm 2 \mu\text{m}$.

Fotograficzna rejestracja obrazu dyfrakcyjnego jest relatywnie prosta w realizacji. Jej zalety, to krótki czas pomiaru oraz łatwość archiwizacji danych doświadczalnych. Za podstawową wadę należy uznać konieczność pracochłonnej obróbki mikrofotometrycznej oraz wzrost błędu przypadkowego pomiarów charakterystyczny dla każdej pośredniej metody przetwarzania informacji.

Podczas pomiarów wstępnych dokonywano rejestracji fotograficznej obrazów dyfrakcyjnych zmieniając czas ekspozycji oraz czułość i typ materiałów negatywowych. Nie stwierdzono wyraźnego wpływu rodzaju stosowanych materiałów światłoczułych oraz parametrów obróbki fotochemicznej na wartość przeciętnej średnicy \bar{D}_p , wyznaczonej poprzez analizę mikrodensytogramów $\Phi(r)$. Jednakże, dokładność i powtarzalność pomiarów jest w sposób bezpośredni uzależniona od jakości rejestracji fotograficznej, to jest, kontrastu, poziomu „zadymienia” oraz wielkości ziaren stosowanych materiałów fotochemicznych.

Najlepsze wyniki otrzymano wykorzystując materiały światłoczułe stosowane w holografii. Najwięcej pomiarów przeprowadzono stosując negatywy „Gold 200” wywoływane w procesie C-41. Parametr korekcyjny Δ obliczony z relacji (4.22) lub wyznaczony z pomiarów sensytometrycznych, mieścił się w zakresie $(0.05 \div 0.10)I_A$. Przy pomiarach o charakterze wstępnym, można przyjąć, że $I(r) \approx I'(r) + I_A$, i do określenia średnicy \bar{D}_p wykorzystać znacznie prostszą formułę obliczeniową (4.8).

Z trzech wariantów wykorzystania quasi-liniowego fragmentu rozkładu natężenia światła $I_m(r)$, najważniejszy i najbardziej ogólny jest ostatni (formuła 4.21 oraz 4.22), związany z fotograficzną rejestracją obrazu dyfrakcyjnego. Umożliwiają one wyznaczenie przeciętnej średnicy kropeł \bar{D}_p bez względu na typ funkcji opisującej widmo rozpylenia $\rho(D)$ aerozolu oraz względne odchylenie standardowe d .

4.5. Metoda transformacji liniowej rozkładu natężenia światła $I(r)$ [81]

Przy fotograficznej metodzie rejestracji obrazu dyfrakcyjnego rozkład natężenia światła $I(r)$ w płaszczyźnie ogniskowej jest odtwarzany z mikrodensytogramu $\Phi(r)$. Poprzez aproksymację quasi-liniowego fragmentu funkcji $I(r)$ można obliczyć przeciętną średnicę kropeł aerozolu \overline{D}_p w badanej strudze. W ten sposób wykorzystany jest zakres $(0.50 \div 0.75)I_{F_{\max}}$, co stanowi jedynie 1/4 informacji zawartej w dyfraktogramie [86]. Poszerzenie tego zakresu stwarza możliwość wyznaczenia średnicy \overline{D}_p z większą dokładnością oraz uzyskania dodatkowych informacji o widmie rozpylenia kropeł aerozolu $\rho(D)$.

Bezwymiarowa funkcja $\Lambda_{wm}(z)$ opisująca rozkład natężenia światła ugiętego w ośrodku monodispersyjnym może być wykorzystana jako wzorzec, z którym porównuje się rzeczywisty rozkład natężenia światła $I_w(r) = I(r)/I_{F_{\max}}$. Istotą transformacji liniowej jest znalezienie korelacji pomiędzy bezwymiarową współrzędną z rozkładu $\Lambda_{wm}(z_i)$ i promieniem wodzącym punktu r_i w obrazie dyfrakcyjnym.

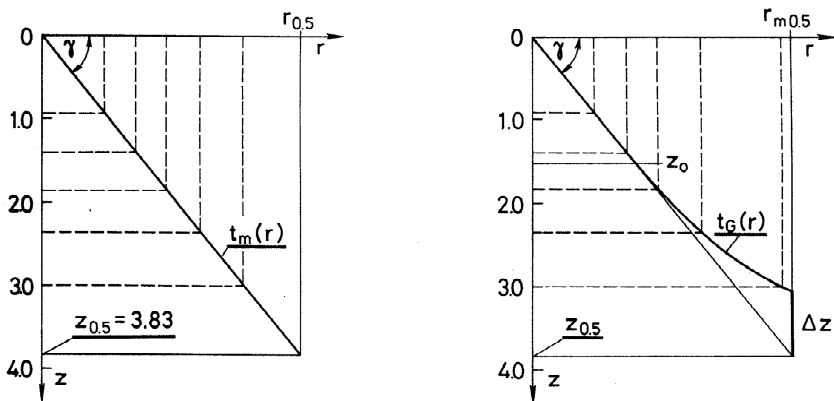
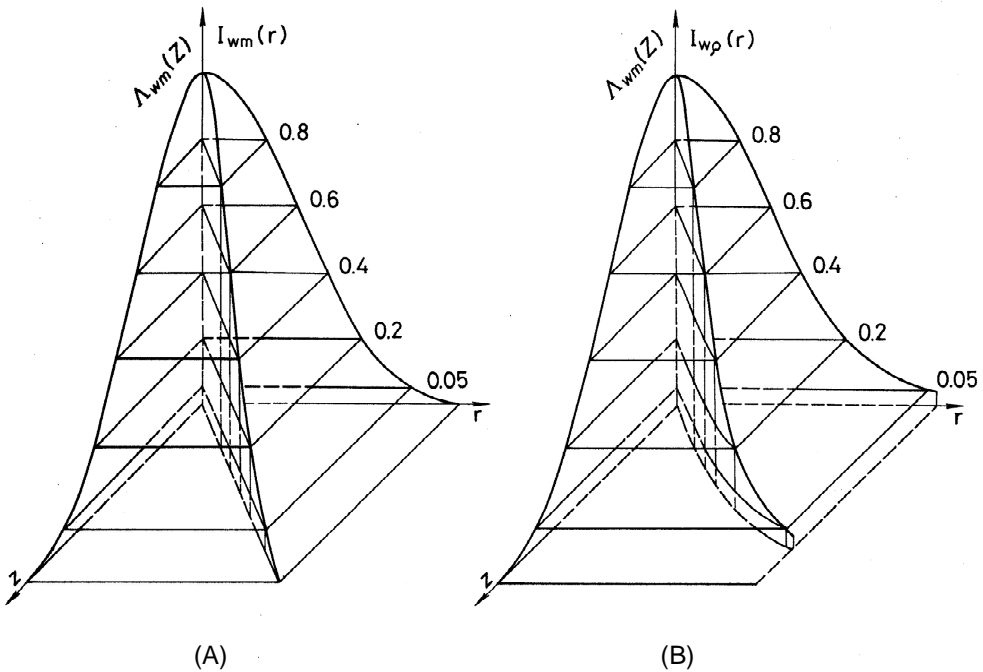
$$\Lambda_{wm}(z_i) = I_w(r_i) \Rightarrow z_i = \frac{\pi}{\lambda f} D r_i \quad (4.24)$$

Dla aerozolu monodispersyjnego funkcja korelacji $z = t_m(r)$ ma charakter liniowy (rys. 4.10 A), zatem dla k punktów (r_i, z_i)

$$D_m = \frac{\lambda f}{k \pi} \sum_{i=1}^k \frac{z_i}{r_i} = \frac{\lambda f}{\pi} t_g \gamma \quad (4.25)$$

Rozpylona struga cieczy o własnościach ośrodka polidispersyjnego wytwarza obraz dyfrakcyjny $I_{wp}(r)$, którego „transformata” $z = t(r)$ nie jest już funkcją liniową. Ilustruje to rysunek 4.10 B, na którym przedstawiono zależność $z = t_G(r)$ dla strugi, której wielkość kropeł jest opisana rozkładem Gaussa o względnym odchyleniu standardowym $d = \sigma / \overline{D}_G = 0.25$.

Porównanie funkcji $\Lambda_{wm}(z)$ i $I_w(r)$ może być przeprowadzone w zakresie, w którym są one monotoniczne. Wykorzystuje się do tego dane z tabeli 4.1, w której przedstawiono bezwymiarowe współrzędne z_i dla kolejnych wartości $\Lambda_{wm}(z_i)$ zmieniających się ze stałym krokiem od jedności do zera.



Rys. 4.10. Ilustracja przekształcenia zależności $I_{wp}(r) = I_p(r)/I_{Fmax}$ opisującej rozkład natężenia światła w obrazie dyfrakcyjnym w funkcję $z = t(r)$

(A – ośrodek monodispersyjny, B – ośrodek polidispersyjny opisany rozkładem Gaussa $\rho_G(D)$ o względnym odchyleniu standardowym $d = \sigma / \overline{D}_G = 0.25$)

Tabela 4.1

$I(z)$	z	$I(z)$	z	$I(z)$	z	$I(z)$	z
0.99	0.2004	0.74	1.0836	0.49	1.6383	0.24	2.2432
0.98	0.2840	0.73	1.1072	0.48	1.6603	0.23	2.2719
0.97	0.3486	0.72	1.1305	0.47	1.6823	0.22	2.3011
0.96	0.4034	0.71	1.1536	0.46	1.7045	0.21	2.3311
0.95	0.4520	0.70	1.1766	0.45	1.7268	0.20	2.3618
0.94	0.4962	0.69	1.1993	0.44	1.7491	0.19	2.3933
0.93	0.5371	0.68	1.2219	0.43	1.7716	0.18	2.4257
0.92	0.5755	0.67	1.2444	0.42	1.7943	0.17	2.4591
0.91	0.6118	0.66	1.2667	0.41	1.8171	0.16	2.4935
0.90	0.6463	0.65	1.2889	0.40	1.8400	0.15	2.5291
0.89	0.6794	0.64	1.3110	0.39	1.8631	0.14	2.5661
0.88	0.7113	0.63	1.3330	0.38	1.8865	0.13	2.6046
0.87	0.7420	0.62	1.3550	0.37	1.9100	0.12	2.6448
0.86	0.7718	0.61	1.3769	0.36	1.9337	0.11	2.6869
0.85	0.8008	0.60	1.3987	0.35	1.9577	0.10	2.7314
0.84	0.8290	0.59	1.4205	0.34	1.9819	0.09	2.7785
0.83	0.8566	0.58	1.4422	0.33	2.0064	0.08	2.8288
0.82	0.8836	0.57	1.4640	0.32	2.0312	0.07	2.8831
0.81	0.9100	0.56	1.4857	0.31	2.0563	0.06	2.9421
0.80	0.9359	0.55	1.5074	0.30	2.0818	0.05	3.0075
0.79	0.9614	0.54	1.5291	0.29	2.1076	0.04	3.0814
0.78	0.9865	0.53	1.5509	0.28	2.1338	0.03	3.1576
0.77	1.0113	0.52	1.5727	0.27	2.1604	0.02	3.2736
0.76	1.0357	0.51	1.5945	0.26	2.1875	0.01	3.4197
0.75	1.0598	0.50	1.6163	0.25	2.2151	0.00	3.8317

Dla współrzędnej $z \leq 2$ funkcja $z = t(r)$ ma charakter quasi - liniowy bez względu na typ rozkładu statystycznego $\rho(D)$ oraz wartość względnego odchylenia standardowego d . Jeżeli w obrazie dyfrakcyjnym widoczne są ciemne i jasne pierścienie (dla ośrodka quasi-monodispersyjnego), to funkcja $z = t_{qm}(r)$ kończy się w punkcie $r_{0.5}$ (rys. 4.12).

Dla ośrodka polidispersyjnego zależność $z = t_p(r)$ w sposób asymptotyczny zbliża się do linii $z = 3.832$, odpowiadającej pierwszemu ekstremum funkcji wzorcowej $A_{wm}(z)$ (rys. 4.13).

Porównanie transformat $t_m(r)$ i $t_p(r)$ dla aerozoli jednorodnych oraz zróżnicowanych wymiarowo, spełniających warunek $\bar{D}_p = D_m$, prowadzi do takich samych wniosków, jakie sformułowano dla zależności $R(z) = I_p(z) - I_m(z)$. W punkcie z_0 będącym miejscem zerowym funkcji $R(z)$, transformaty $t_p(r)$ i $t_m(r)$ przecinają się (rys. 4.11 – 4.13).

Obliczając z relacji (4.25) przeciętną średnicę kropeł \bar{D}_p dla ośrodka quasi-monodispersyjnego, można wykorzystać transformatę $t_{qm}(r)$ w całym zakresie, gdyż błąd systematyczny spowodowany jej nieliniowością będzie mniejszy niż 1%.

Dla ośrodków polidispersyjnych odstępstwa od liniowości funkcji $t_p(r)$ są już znaczne (rys. 4.10 B). Z tego powodu, przy obliczaniu średnicy \bar{D}_p z relacji (4.25), należy uwzględnić punkty z liniowego fragmentu transformaty $t_p(r)$, czyli zakresu $z = 0 \div 2$ ($I_w(r) = 0.33 \div 1.0$). Tak więc prosta

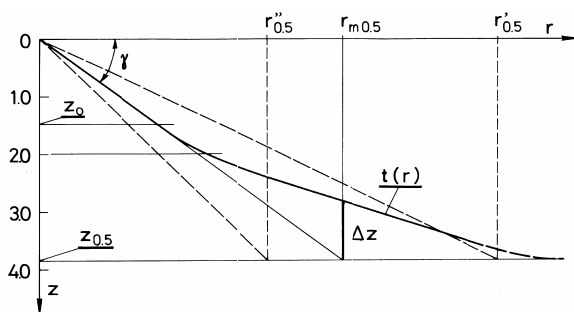
$$z = \frac{\pi}{\lambda f} \bar{D}_p r = \frac{\pi}{\lambda f} D_m r = r \cdot tg \gamma \quad (4.26)$$

jest transformatą rozkładu natężenia $I_m(r)$ aerozolu monodispersyjnego, którego wielkość kropeł D_m odpowiada przeciętnej wartości \bar{D}_p widma rozpylenia $\rho(D)$.

Punkt przecięcia linii $z = D_m r = \bar{D}_p r$ z prostą $z = z_{0.5} = 3.832$ wyznacza położenie pierwszego ciemnego pierścienia $r_{m0.5}$ rozkładu $I_m(r)$, który w sensie statystycznym jest ekwiwalentny z rozkładem rzeczywistym $I_w(r) = I(r)/I_{Fmax}$. Oznacza to, że dla k punktów, na podstawie których obliczono wartość \bar{D}_p , suma

$$S = \sum_{i=1}^k [I_w(r_i) - I_m(r_i)]^2 \quad (4.27)$$

osiąga minimum.



Rys. 4.11. Zależność $z=t(r)$ obrazu dyfrakcyjnego ośrodka, w którym znajduje się jednokrotna liczba kropeł o średnicach $D' = D$ i $D'' = 2D$

Kształt funkcji $z=t(r)$ jest charakterystyczny dla typu funkcji rozkładu wielkości kropeł w strudze $\rho(D)$. Na rysunku 4.11 przedstawiono funkcję $z=t(r)$ dla ośrodka, w którym połowa wszystkich kropeł ma średnicę $D' = D$, zaś druga połowa $D'' = 2D$. Wartość przeciętna obliczona z relacji (4.25) dla punktów z przedziału $z=0 \div 2$ wynosi $\bar{D}_\rho = 1.486D$ i jest w granicach przyjętego błędu, zgodna ze średnią $\bar{D} = 1.5D$ ($(\bar{D} - D) / \bar{D} = 0.9\%$). Funkcja $z=t(r)$ ($t(r)$) wyraźnie „przełamuje się” na dwa odcinki prostoliniowe (zakres $z=0 \div 2$ oraz $z=2 \div z_{0.5}$) o różnym kącie pochylenia, a pochodna $dt(r)/dr$ ma charakterystyczny „schodkowy” kształt.

Dla ośrodków monodispersyjnych pochylenie linii $z=t(r)$ ($t(r)$) jest niezmiennie

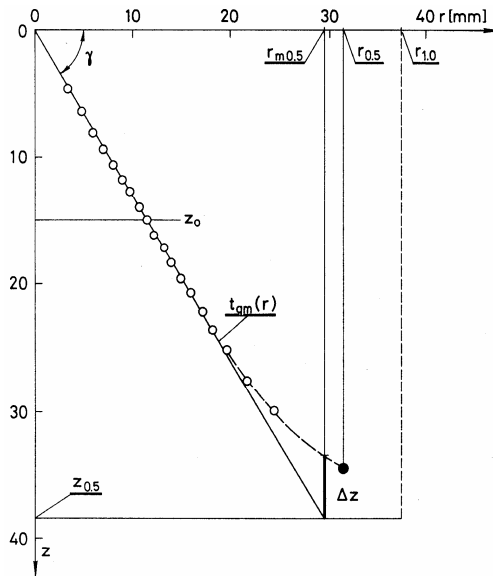
$$dt_m(r) / dr = idem = tg \gamma = \frac{z_{0.5}}{r_{0.5}} = \frac{3.832}{r_{0.5}} = \frac{\pi}{\lambda f} D_m \quad (4.28)$$

Wartość pochodnej $dt_m(r)/dr$ dla aerozolu quasi-monodispersyjnego jest niemal stała. Dla promienia wodzącego $r \approx r_{0.5}$ jej wartość nieco się zmniejsza (rys. 4.12).

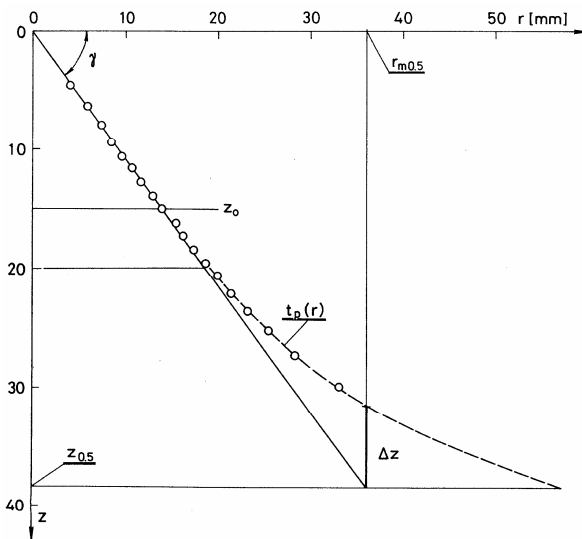
W strudze cieczy o zróżnicowanych wymiarach kropeł pochodna $dt_p(r)/dr$ jest w przybliżeniu stała jedynie w tym fragmencie transformaty, w którym $t_p(r) \leq 2$ (rys. 4.13). W dalszej części jej wartość stopniowo maleje.

Różnice pomiędzy funkcjami $z=t_m(r)$ i $z=t_p(r)$ ośrodków monodispersyjnego i polidispersyjnego najdogodniej jest określić w sposób ilościowy dla współrzędnej $r_{m0.5}$ (rys. 4.10–4.13)

$$dt_m(r) / dr = idem = tg \gamma = \frac{z_{0.5}}{r_{0.5}} = \frac{3.832}{r_{0.5}} = \frac{\pi}{\lambda f} D_m \quad (4.29)$$



Rys. 4.12. Transformata $t_{qm}(r)$ obrazu dyfrakcyjnego, wytworzonego przez stożek rozpylania wtryskiwacza rozruchowego typu K 108 - 767 przy ciśnieniu tłoczenia paliwa $\Delta p_t = 1.0$ MPa



Rys. 4.13. Transformata $t_p(r)$ obrazu dyfrakcyjnego, wytworzonego przez stożek rozpylania wtryskiwacza głównego typu K 108 - 767 przy ciśnieniu tłoczenia paliwa $\Delta p_t = 1.0$ MPa

Wartość Δz pozwala oszacować względne odchylenie standardowe $d = \sigma / \bar{D}_\rho$ charakterystyki rozpylania $\rho(D)$.

Na rysunkach 4.12 i 4.13 przedstawiono transformaty $t_{qm}(r)$ i $t_p(r)$ obrazów dyfrakcyjnych powstałych po przejściu fali świetlnej przez stożek rozpylania wtryskiwaczy stosowanych w silnikach „Lis – 5”. Wtryskiwacz rozruchowy, charakteryzujący się małym wydatkiem paliwa $Q(\Delta p) = 4 \div 10 \text{ l/h}$, wytwarza strugę o niewielkim rozrzucie wielkości kropeł. W obrazie dyfrakcyjnym $I(r) = I_o(r) + I_f(r)$ można jeszcze zaobserwować ciemny i jasny pierścień, ale przy bardzo małym współczynniku kontrastu K pomiędzy nimi. Po wyeliminowaniu wpływu tła $I_o(r)$ określono maksimum natężenia światła I_{Fmax} i wyznaczono bezwymiarowy rozkład $I_w(r)$. Po zastosowaniu procedury wygładzania danych doświadczalnych, aproksymowano wartości r_i dla dziewiętnastu punktów z zakresu $I_w(r_i) = 0.05, 0.10, \dots, 0.95$ (rys. 4.12) i obliczono przeciętną średnicę kropeł $\bar{D}_\rho = 26.4 \mu\text{m}$ ($\Delta z = 0.5$). Wyniki otrzymane na podstawie ekstremów natężenia światła wykazują znaczne rozbieżności, gdyż $D_{0.5} = 24.4 \mu\text{m}$ zaś $D_{1.5} = 27.4 \mu\text{m}$. Jest to spowodowane bliskością punktu przegięcia z_q , to jest sytuacją gdy $r_{0.5} \rightarrow r_{1.5}$ oraz $I(r_{0.5}) \rightarrow I(r_{1.5})$ (rys. 3.6).

Wtryskiwacz główny silnika „Lis 5” typu K 108–012, przy ciśnieniu tłoczenia paliwa $\Delta p_t = 4.5 \text{ MPa}$, wytwarza strugę kropeł o znacznie zróżnicowanych średnicach. Obraz dyfrakcyjny $I(r)$ ma charakter monotoniczny, a jego transformata dla $t_p \geq 2$ w sposób asymptotyczny zbliża się do wartości $z = 3.832$. Przeciętna średnica kropeł obliczona dla trzynastu punktów (rys. 4.13) z zakresu $I_w(r_i) = 0.05, 0.10, \dots, 0.65$, ma wartość $\bar{D}_\rho = 21.7 \mu\text{m}$ ($\Delta z = 0.7$). Parametry toru pomiarowego były dla obu wtryskiwaczy takie same: odległość przestrzeni pomiarowej od wylotu dyszy $h = 0.25 \text{ m}$, szerokość szczeliny $s^2 = 20 \text{ mm}$, ogniskowa obiektywu $f = 1.0 \text{ m}$ oraz długość fali wiązki świetlnej $\lambda = 0.63 \mu\text{m}$ [75].

Metoda transformacji liniowej pozwala na obliczenie przeciętnej średnicy kropeł aerozolu \bar{D}_ρ z relatywnie dużą dokładnością. Wynika to z tego, że dane zawarte w rozkładzie natężenia światła $I(r)$ są wykorzystane w najszerszym zakresie: dla ośrodków polidispersyjnych – $(0.33 \div 1.0)I_{Fmax}$, zaś dla wymiarowo jednorodnych – $(0.0 \div 1.0)I_{Fmax}$. Istotne jest również i to, że przy obliczaniu wartości $\text{tg} \gamma$ największą wagę statystyczną mają punkty ze środkowego fragmentu funkcji $I_w(r)$, charakteryzujące się korzystnym stosunkiem sygnału do szumu oraz położone w obszarze, w którym wpływ tła dyfrakcyjnego $I_o(r)$ jest już minimalny.

Nieliniowość funkcji $z=t(r)$ jest źródłem informacji o odchyleniu standardowym σ widma rozpylenia kropeł $\rho(D)$, a nawet może być pomocna przy ocenie typu funkcji $\rho(D)$.

Podkreślić należy walor uniwersalności prezentowanej metody. Z modelem jednokrotnej dyfrakcji jest ona związana tylko poprzez dane wynikające z relacji $z=f(I_w)$ przedstawione w tabeli 4.1. Uwzględnienie wielokrotnego ugięcia fali świetlnej na cząstkach badanego ośrodka rozpraszającego, oraz ich wzajemnego oddziaływania nie zmienia „konstrukcji” tej metody, sprowadzając się jedynie do korekty danych w tabeli 4.1.

4.6. Wizualizacja przeciętnej średnicy kropeł aerozolu [82]

4.6.1. Punkt charakterystyczny rozkładu natężenia światła $I(r)$

Funkcja $R_p(z)=I_p(z)-I_m(z)$, opisująca różnicę pomiędzy natężeniem światła w obrazach dyfrakcyjnych strugi kropeł o widmie rozpylenia $\rho(D)$ oraz ośrodka monodispersyjnego o kroplach wymiarowo jednorodnych, ma miejsce zerowe $R_p(z_0)=0$. Położenie punktu z_0 , w którym $I_p(z)=I_m(z)$ jest uzależnione od rodzaju widma rozpylenia kropeł $\rho(D)$ oraz jego względnego odchylenia standardowego $d=\sigma/\bar{D}_G$ (rys. 4.14).

Na rysunku 4.15 przedstawiono zależność $z_0(d)$ dla rozkładu Gaussa $\rho_G(D)$, równomiernego $\rho_r(D)$, logarytmicznego $\rho_l(D)$ oraz dwóch rozkładów trójkątnych $\rho_{tl}(D)$ i $\rho_{tp}(D)$ o przeciwnych współczynnikach asymetrii γ [25].

Położenie punktu z_0 zmienia się w najmniejszym stopniu, gdy widmo rozpylenia ma charakter symetryczny.

Linie $z_0(d)$ dla rozkładu równomiernego oraz Gaussa mają wspólny początek $z_0(0)=1.49$, a maksymalna różnica między nimi nie przekracza 0.5%. Punkt $z_0(0)=1.49$ jest charakterystyczny dla wszystkich rozkładów symetrycznych, a odpowiadające im zależności $z_0(d)$ mają niemal identyczny, quasi - liniowy kształt, tak jak dla funkcji $\rho_r(D)$ i $\rho_G(D)$.

Dla widma rozpylenia $\rho(D)$ o dodatnim współczynniku asymetrii $\gamma > 0$ ($\rho_l(D)$) i $\rho_{tl}(D)$) zależności $z_0(d)$ maleją w sposób monotoniczny. Gdy zaś wartość $\gamma < 0$ ($\rho_{tp}(D)$), funkcja $z_0(d)$ ma charakter rosnący (rys. 4.15).